

მაგიდა № 5

26.04.2015/ მათ/IV/ 714

ამოცანა № 4

გვერდი № 1

$$(x^2 - 6x + 8) P(x) = (x^2 + 2x) \cdot P(x-2)$$

$$(x-4)(x-2) P(x) = x \cdot (x+2) P(x-2) \quad \text{გამოვიყენოთ } x-2 \text{-ისთვის.}$$

ჩავსვათ $x = 4 \Rightarrow 0 = 4 \cdot 6 \cdot P(2) \Rightarrow P(2) = 0 \Rightarrow 2$ სიბრძნობის
ღერ-ქარი ვესვით.

ჩავსვათ $x = 2 \Rightarrow 0 = 2 \cdot 4 \cdot P(0) \Rightarrow P(0) = 0 \Rightarrow 0$ -ის სიბრძნობის
ვსვით.

ჩავსვათ $x = -2 \Rightarrow (-6) \cdot (-4) \cdot P(-2) = 0 \Rightarrow P(-2) = 0 \Rightarrow -2$ -ის სიბრძნობის
ვსვით.

გადმოვიყენებთ განყოფილებას მსგავსად მხარე და გავყოფნით ვსვით.

$$(x-4)(x-2)(x+2) \cdot x \cdot Q(x) - x^2(x+2)(x-2)(x-4) \cdot Q(x-2) = 0$$

$$(x-4)(x-2) \cancel{(x+2)} \left((x-2) Q(x) - x Q(x-2) \right) = 0$$

განვიხილოთ $Q(x)$. დავუშვათ მს აქვს
თავისთვისადე წევრი ; ხომღე C .

$$(x-4)(x-2) x (x+2) \left[(a_0 x^k + a_1 x^{k-1} + \dots) \cdot (x-2) + Cx - 2C - (a_0 (x-2)^k + \dots) x \right] = 0$$

$f(x)$ დავაჩქვით ვსვით ვსვით ვსვით ვსვით



მაგიდა № 5

26.04.2015/ მათ/IV/ 714

ამოცანა № 4

გვერდი № 2

$f(x)$ ახლ ბინომომ I ხალხალ ზოგინობო, ანაჲს სხჲელ
ხიგზანჲს $Q(x)$ სხჲელი ხალხალ ზოგინობო იჲო.

$f(x)$ $x=2$ -ო, $x=4$ -ო; $x=0$ -ო და $x=-2$ -ო გახჲა
ბეზიბოგო x -ოგალ ყნა იჲო 0 ანჲ $f(x)$ -ო
ყსსხჲელომ ზეჲი ~~ფუნქცია~~ აქს, ანჲ ახა სხჲელი ხალხალ
ზოგინობო. ანჲ დაშვენა ხომ $Q(x)$ -ო ავზიხჲეაღო ზეჲი
ჲეჲს მჲდსი იჲო. ვანგინებოა ხმდა ახ ჲეჲს.

$$(x-4)(x-2)x(x+2)(Q(x)(x-2) - Q(x-2) \cdot x) = 0$$

კავიებოა $Q(x)$ -ოან x სხხხიეჲს გახჲო.

$$(x-4)(x-2)x(x+2)(x \cdot (x-2)K(x) - x(x-2)K(x-2)) = 0$$

$$(x-4)(x-2)^2 x^2 (x+2)(K(x) - K(x-2)) = 0.$$

დაჲეშჲა $K(x)$ ბინომომ I ხალხალ ზოგინობო, მბინ ბინ
შეშხეჲეჲს მჲგჲს $f(x) = K(x) - K(x-2) \Rightarrow$
 $\Rightarrow (x-4)(x-2)^2 x^2 (x+2) \cdot f(x) = 0 \quad \forall x$ -ოგალ $\Rightarrow f(x) = 0$ ყსსხჲელომ
ზეჲი x -ოგალ $\Rightarrow f(x)$ ყსსხჲელო ხალხალ მჲგჲბეჲიო ~~ჲეჲ~~



მაგიდა № 5

26.04.2015/ მათ/IV/ 714

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

შევვლით წინააღმდეგობას, ანუ დაშვებთ, რომ $K(x)$ მნიშვნელობა I სხილხელ სივრცეში მყდები იყო, ანუ $K(x) = 0$ სხილხელ სივრცეში ანუ $K(x) = a$.

$$f(x-4)(x-2)^2 x^2 (x+2) (a-a) = 0 \Rightarrow (x-4)(x-2)^2 (x+2)^2 (x+2) \cdot 0 = 0$$

გეგმობთ x -სთვის იყვ სიმართლას.

შესაძლებელია სხილხელ სივრცეში და ვიპოვებთ $P(x)$.

$$(x-4)(x-2)^2 x^2 (x+2) \cdot a = (x-4)(x-2)^2 x^2 (x+2) \cdot a$$

$$(a \cdot (x-2)^2 x^2 (x+2)) \cdot (x-2)(x-4) = (a \cdot (x-4)(x-2)^2 \cdot x) \cdot x \cdot (x+2)$$

$P(x) \qquad P(x-2)$

ანუ $P(x) = a(x-2)^2 x^2 (x+2) = a x^2 (x^2 - 4) = a x^4 - 4a x^2$

სადა a გეგმობთ ნებისმიერი რიცხვი ($a \in \mathbb{R}$).

პასუხი: $P(x) = a x^2 (x-2)(x+2)$

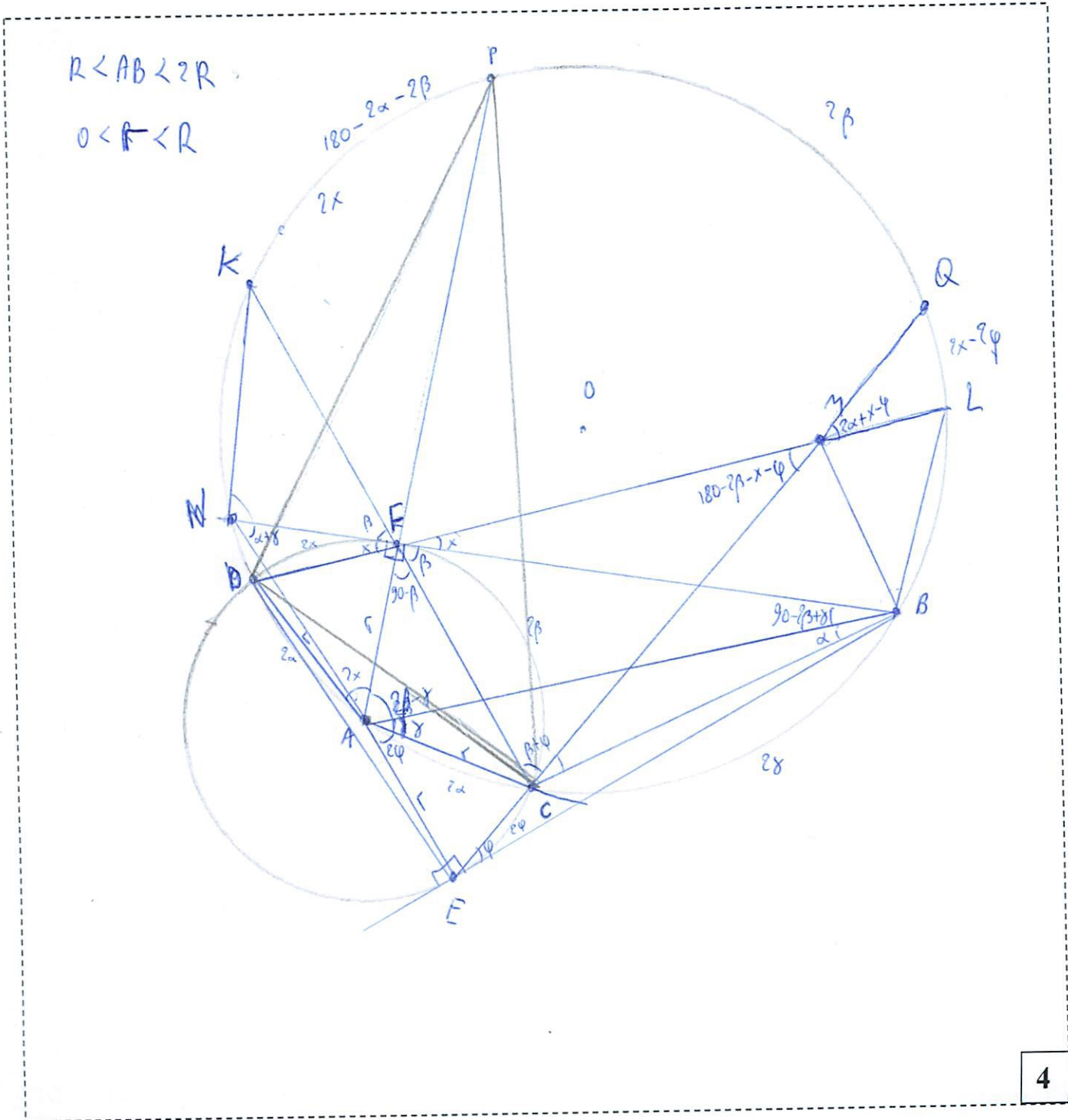


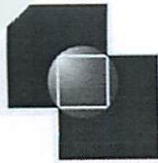
მაგიდა № 5

26.04.2015/ მათ/IV/ 714

ამოცანა № 5

გვერდი № 1





მაგიდა № 5

26.04.2015/ მათ/IV/ 714

ამოცანა №

5

გვერდი №

2

$$AD=AC \Rightarrow \overset{\sim}{AD} = \overset{\sim}{AC} = 2\alpha; \overset{\sim}{CB} = 2\gamma; \overset{\sim}{DF} = 2x; \overset{\sim}{EC} = 2\varphi; \overset{\sim}{FC} = 2\beta$$

$$\angle CAB = \frac{\overset{\sim}{CB}}{2} = \gamma \Rightarrow \angle BAF = \angle CAF - \angle CAB = \overset{\sim}{FC} - \gamma = 2\beta - \gamma$$

$$\angle CFB = \frac{\overset{\sim}{FC}}{2} = \beta; \angle ABC = \frac{\overset{\sim}{AC}}{2} = \alpha; \angle FBA = 180 - \angle FAB - \angle BFA = 90 - 2\beta + \gamma$$

$$\angle NFD = \frac{\overset{\sim}{DF}}{2} = x = \angle MFB. \quad \angle FCM = 180 - \angle FCE = \angle FDE = \frac{\overset{\sim}{FC} + \overset{\sim}{EC}}{2} = \beta + \varphi$$

$$\angle FMN = 180 - \angle MFC - \angle MCF = 180 - 2\beta - x - \varphi$$

ჩვენ ვინცა დაუბეჯიყთა ხმბ $\square MBCF$ სჯსუხი, აძილვრლ
სჯძიხილ დაუბეჯიყთა ხმბ $\angle FBC = \angle FMC \Rightarrow 180 - 2\beta - x - \varphi = 90 - 2\beta + \gamma + \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow 90 - x - \varphi = \gamma + \alpha \Rightarrow \alpha + \gamma + x + \varphi = 90^\circ$$

$$\angle ANB = \frac{\overset{\sim}{AC} + \overset{\sim}{CB}}{2} = \alpha + \gamma$$

$$\square BCAD - \text{სჯსუხიძიბ} \Rightarrow 2\alpha = 180 - 2\beta - 2x \Rightarrow \angle BMC = 2\alpha + x - \varphi$$

$$\overset{\sim}{DE} = \overset{\sim}{DEC} - \overset{\sim}{EC} = 360 - 2\beta - 2x - 2\varphi = 180 + 2\alpha - 2\varphi$$

$$\angle DME = \frac{\overset{\sim}{DE} - \overset{\sim}{FC}}{2} = \frac{180 + 2\alpha - 2\varphi - 2\beta}{2} = 90 + \alpha - \varphi - \beta$$

$$2\alpha + x - \varphi = 90 + \alpha - \varphi - \beta \Rightarrow \alpha + x + \beta = 90^\circ \Rightarrow \text{დასბეჯიყთა სჯძიხილ ილ
ხმბ } \gamma + \varphi = \beta \text{ სბ } \angle NAF = x + \varphi$$

5



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

5

26.04.2015/ მათ/IV/ 714

ამოცანა №

5

გვერდი №

3

$$\angle AFC = 90 - \beta = \frac{\overset{\frown}{\widehat{K\hat{P}} + \widehat{A\hat{C}}}}{2} \Rightarrow \overset{\frown}{\widehat{K\hat{P}}} = 180 - 2\alpha - 2\beta, \text{ ხოლო ხეგან } \alpha + \beta + x = 90 \Rightarrow$$

$$\overset{\frown}{\widehat{K\hat{P}}} = 2x \Rightarrow \overset{\frown}{\widehat{K\hat{P}}} \text{ კ } \overset{\frown}{\widehat{D\hat{K\hat{P}}}} \text{ - ის ჭეხილია.}$$

$$MD \text{ და } ME \text{ მკვეთრია } \Rightarrow MF \cdot MD = MC \cdot ME,$$

$$\overset{\frown}{\widehat{D\hat{K}}} = 2x. \quad \overset{\frown}{\widehat{C\hat{B}L}} = 2 \cdot \angle LFC - \overset{\frown}{\widehat{K\hat{D}}} = 2\beta + 2x - 2x = 2\beta.$$

$$\overset{\frown}{\widehat{P\hat{L}C}} = 2 \cdot \angle PAC = 4\beta \Rightarrow L \text{ ის } \overset{\frown}{\widehat{P\hat{L}C}} \text{ ის ჭეხილია.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overset{\frown}{\widehat{D\hat{K}}} = \overset{\frown}{\widehat{K\hat{P}}} \\ \overset{\frown}{\widehat{P\hat{L}}} = \overset{\frown}{\widehat{L\hat{C}}} \\ \overset{\frown}{\widehat{A\hat{C}}} = \overset{\frown}{\widehat{D\hat{C}}} \end{array} \right\} \Rightarrow F \text{ ის } DCP \text{ სამკვეთრის ხასხასო წყნარია.}$$

$$\overset{\frown}{\widehat{K\hat{N}}} = t \Rightarrow \overset{\frown}{\widehat{N\hat{D}}} = 2x - t \Rightarrow \overset{\frown}{\widehat{L\hat{B}}} = 2x - \overset{\frown}{\widehat{N\hat{D}}} = t \Rightarrow \overset{\frown}{\widehat{K\hat{N}}} = \overset{\frown}{\widehat{L\hat{B}}} \Rightarrow KN = LB.$$

$$\overset{\frown}{\widehat{L\hat{Q}}} = 2 \cdot \angle QML - 4\alpha = 2x - 2\phi$$